



TITLE:

マイクロ双曲型混合問題について (代数解析学の展望)

AUTHOR(S):

片岡, 清臣; 戸瀬, 信之

CITATION:

片岡, 清臣 ...[et al]. マイクロ双曲型混合問題について(代数解析学の展望). 数理解析研究所講究録 1988, 675: 58-69

ISSUE DATE:

1988-12

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/100936>

RIGHT:

マイクロ双曲型混合問題について

東大理 片岡清臣 (KIYÔMI KATAOKA)

東大理 戸瀬信之 (NOBUYUKI TOSE)

解析係数の弱双曲型方程式の初期値問題は Bony-Schapira によって最初に佐藤超関数の枠内で解かれた。そこでは Cauchy-Kowalevsky の定理によって作られた適当な正則関数解が実軸に接するくさび型領域まで解析接続可能である事を示す事によって超関数解を構成したのであった。その後この方向での擬微分方程式への一般化や系への一般化がなされたが最近の相原-Schapira の層の超局所化理論により導入された層のマイクロ台という概念を使えばこの面倒だった解析接続の部分の理論が自働的に取り込み、層子のマイクロ台と子に種々の関手を施した後の層(の複体)のマイクロ台との間の幾何学的評価式として統一的に一般化される事になった。ここではこの手法が混合問題に対しても有効である事を示し、その応用として J. Sjöstrand のマイクロ双曲型境界値問題の解の解析的特異性の伝播定理の別証明、梶谷-若林らの Gevrey 係数

の弱双曲型混合問題の一意的可解性に対応した解析係数で超関数である場合の一意的可解性, 及びマイクロ双曲型混合問題の一意的可解性などの結果を得た。

§1. アイデアと結果

初めに簡単の爲 $\{t \in \mathbb{R}; t > 0\} \times \mathbb{R}_x^m$ 上の Dirichlet 問題

$$\begin{cases} P(t, x, D_t, D_x) u(t, x) = f(t, x), & t > 0 \\ u(+0, x) = g(x) \end{cases} \quad (1.1)$$

を考える。ここで P は 2 階微分作用素

$$P = D_t^2 + A_1(t, x, D_x) D_t + A_2(t, x, D_x) \quad (1.2)$$

($D_t = \partial/\partial t$, $D_x = (\partial/\partial x_1, \dots, \partial/\partial x_m)$) であって, $f(t, x)$ は $t=+0$ でマイルド, すなわち超関数として境界値が定義できるクラスに入るとする。そのとき $\{t=0\}$ が P に対して非特性的であるから第一式より u も自動的にマイルドになり第二式が意味をもつ。一方マイルドな超関数 $f(t, x)$, $u(t, x)$ は自然な $\{t \leq 0\}$ への拡張 $\tilde{f}(t, x)$, $\tilde{u}(t, x)$ (いれは $t=0$ のカット・オフ $f(t, x) \chi(t)$, ... にあたるもの) をもつが, これらは (1.1) の帰結として

$$P \tilde{u}(t, x) = \tilde{f}(t, x) + g(x) \delta'(t) + (D_t u(+0, x) + A_1(0, x, D_x) g(x)) \delta(t) \quad (1.3)$$

をみたす。ここで両辺に t を掛けると

$$t P \tilde{u}(t, x) = t \tilde{f}(t, x) - g(x) \delta(t) \quad (1.4)$$

となる。逆に (1.4) をみたす超関数 $\tilde{u}(t, x)$ で $\text{supp } \tilde{u} \subset \{t \geq 0\}$

をみたすものがあれば $u = \tilde{u}|_{\{t>0\}}$ として (1.1) の解になることがわかるからこの意味で (1.1) と (1.4) は同値である。これらの対応は局所的なものであるから結局 (1.1) を境界の付近に局所化した問題は層の系列

$$0 \longrightarrow \Gamma_{\{t \geq 0\}} B_{t,x} \xrightarrow{tP} \Gamma_{\{t \geq 0\}} B_{t,x} \longrightarrow 0 \quad (1.5)$$

のコホモロジー (すなわち $\text{Ker}(tP)$ と $\text{Coker}(tP)$) を調べる問題に帰着する。ここで $\Gamma_{\{t \geq 0\}} B_{t,x}$ は $\{t \geq 0\}$ に台が含まれる超関数のなす層である。

では混合問題はどうかということ (1.1) にさらに境界 $\{t=0\}$ と横断的に交わるもう一つの非特性面, 例えば $\{x_1=0\}$ 上に初期条件

$$u(t, 0, x') = v_0(t, x'), \quad D_{x_1} u(t, 0, x') = v_1(t, x') \quad (1.6)$$

を $t > 0$ で課かすわけである ($x' = (x_2, \dots, x_n)$)。しかしこの場合も u のかわりにそのカットオフ $u_{\pm} = u(t, x) \chi(\pm x_1)$ を考えると $P u_{\pm} \equiv f_{\pm}(t, x)$ が $f(t, x) \chi(\pm x_1)$ 及び v_0, v_1 の一次結合で表せるので結局 (1.1) の形の境界値問題で f, g, u の台が $\{x_1 \geq 0\}$ 又は $\{x_1 \leq 0\}$ に制限されている場合に相当する。実際例えば $f \equiv 0$, v_0, v_1 が $t=+0$ でマイルドなら u_{\pm} がよく定義され, $t=+0$ でマイルドとなる。但しその際, Dirichlet data $u_{\pm}(+0, x) \equiv g_{\pm}(x)$ は

$$\text{Supp } g_{\pm}(x) \subset \{\pm x_1 \geq 0\}, \quad g_+(x) + g_-(x) = g(x)$$

なる関係をもたすことかわかるだけで f, g, v_0, v_1 からは決定できない (と思われる)。これは初期条件 (1.6) が $t=0$ 上には課かされていないため、それは方程式 (1.4) が $t=0$ 上で退化するため u の拡張 \tilde{u} の $\{t=x_1=0\}$ 上での x_1 に関する実解析性が (例えば右辺 $\equiv 0$ としても) 自働的には結論されないことに帰因する。しかし一度上をもたす様な $g(x)$ の分解 $g_{\pm}(x)$ も与えれば境界値問題

$$\begin{cases} P u_{\pm}(t, x) = h_{\pm}(t, x), & t > 0 \\ u_{\pm}(t=0, x) = g_{\pm}(x) \end{cases} \quad (1.7)$$

の $\text{Supp } u_{\pm} \subset \{ \pm x_1 \geq 0 \}$ を満たす任意の解の組 $u_{\pm}(t, x)$ に対して $u \equiv u_+ + u_-$ は元の混合問題の解となる。一意性についても (1.1) 及び (1.6) をみたす2つの解 u, u' があったとして、その差 $u-u'$ の拡張 $\tilde{u}-\tilde{u}'$ が $t=x_1=0$ の付近で x_1 に実解析的に依存していれば (1.7) の一意性から $u \equiv u'$ が従う。または " x_1 につき実解析的" というかわりに " $u-u'$ が $t \geq 0$ で C^2 級" という風に置きかえてもよい。

いずれにしても混合問題は (1.5) の変形である

$$0 \rightarrow \Gamma_{\{t \geq 0, \pm x_1 \geq 0\}} B_{t,x} \xrightarrow{tP} \Gamma_{\{t \geq 0, \pm x_1 \geq 0\}} B_{t,x} \rightarrow 0 \quad (1.8)$$

という層の系列のコホモロジーの問題に帰着する。実際点 $(0, 0, x') = p$ において (1.8) が完全系列になれば p において局所化された問題 (1.7) (組し $\text{Supp } u_{\pm} \subset \{ \pm x_1 \geq 0 \}$ として) は一意可

解となる、一方 $B_t \mathcal{O}_z$ を $(t, z=x+iy) \in \mathbb{R} \times \mathbb{C}^n$ の超関数で z に正則に依存するもののなす層とすると

$$\Gamma_{\{t \geq 0, \pm x_1 \geq 0\}} B_{t,x} = \mathcal{H}_{\{y=0, \pm x_1 \geq 0\}}^n (\Gamma_{\{t \geq 0\}} B_t \mathcal{O}_z)$$

であるから (1.8) は x を複素化した系列

$$0 \longrightarrow \Gamma_{\{t \geq 0\}} B_t \mathcal{O}_z \xrightarrow{tP(t,z,D_t,D_z)} \Gamma_{\{t \geq 0\}} B_t \mathcal{O}_z \longrightarrow 0 \quad (1.9)$$

に台を限る導来関手 $R\Gamma_{\{y=0, \pm x_1 \geq 0\}}$ を施したものと見て得られる。この系列自体は

$$\text{Coker}(tP)=0, \quad \text{ker}(tP) \cong \mathcal{F} \equiv (\mathcal{O}_{t,z}^P \wedge t\mathcal{O}_{t,z})|_{\text{Int}=0} \otimes Y(t), \quad (1.10)$$

であるのでいわゆる複体としては単なる層 \mathcal{F} ((1.10) 中) とみなせる。ここで $\mathcal{O}_{t,z}^P$ は t, z につき正則な $P(t,z,D_t,D_z)f=0$ の解 f のなす層である。従って例えば (1.8) の $\text{ker}(tP)$, $\text{Coker}(tP)$ はそれぞれ,

$$\mathcal{H}_{\{y=0, \pm x_1 \geq 0\}}^n(\mathcal{F}), \quad \mathcal{H}_{\{y=0, \pm x_1 \geq 0\}}^{n+1}(\mathcal{F}) \quad (1.11)$$

となるがこのコホモロジーを計算する際、具体的な (1.10) の中の表現よりも複体 (1.9) のままの方が扱い易いのである。すなわち \mathcal{D} を t, z の正則微分作用素のなす層として \mathcal{D} -module

$$\mathcal{M} = \mathcal{D} / \mathcal{D} \cdot tP(t,z,D_t,D_z) \quad (1.12)$$

を考えると $\mathbb{R} \times \mathbb{C}^n$ 上の層の導来カテゴリーの中で

$$\mathcal{F} = R\mathcal{H}om_{\mathcal{D}}(\mathcal{M}, \Gamma_{\{t \geq 0\}} B_t \mathcal{O}_z) \quad (1.13)$$

とかけらる。そのとき (1.11) の点 $p=(0,0,\hat{x})$ における消滅(或いは (1.8) の p における完全性) は

$$RT_{\{\pm x_1 \geq 0\}}(RT_{\{y=0\}} \text{子})|_p = 0$$

と同値になる。一方これは §2 で述べる層の複体 $RT_{\{y=0\}} \text{子}$ のマイクロ台についての条件

$$SS(RT_{\{y=0\}} \text{子}) \not\subset (0, 0, \dot{x}_1; \pm dx_1) \quad (1.14)$$

とほぼ同値である。(下の方が強い条件である)。従って我々の問題は $RT_{\{y=0\}} \text{子}$ のマイクロ台の評価の問題に帰着した。他方 Kashiwara-Schapira [3] は任意の子に対し $SS(RT_{\{y=0\}} \text{子})$ を $SS(\text{子})$ で幾何的に評価する公式を得たので結局 $SS(\text{子})$ が評価できればよいという事になった。Kataoka-Tose [4] の中で得た結論は次の通りである。

定理1 P は (1.2) で与えた2階微分作用素, $\sigma(P)$ もその主表象とする。 $p = (\dot{t}, \dot{z}; \dot{t}dz + R_0(\dot{z}dz)) \in T^*(\mathbb{R} \times \mathbb{C}^n)$ ($\dot{z} \neq 0$) に対し、
 (i) $\dot{t} > 0$ ならば $\sigma(P)(\dot{t}, \dot{z}, \theta + \dot{t}, \dot{z}) = 0$ は純虚根 θ をもたない。
 (ii) $\dot{t} = 0$ ならば $\sigma(P)(\dot{t}, \dot{z}, \theta + \dot{t}, \dot{z}) = 0$ は $\operatorname{Re} \theta > 0$ の根と $\operatorname{Re} \theta < 0$ の根をそれぞれ一つずつもつ。

が満たされれば $p \notin SS(R\mathcal{H}om_{\mathcal{D}}(\mathcal{O}/\mathcal{O} \cdot tP, \Gamma_{\{x \geq 0\}} \mathcal{B}\mathcal{O}_z))$ 。

注意1. [4] ではこの定理は一般の m 階作用素, 及び一般の境界条件の場合に拡張されて述べられている。その場合 Dirichlet 条件以外では新たにいわゆる Shapiro-Lopatinski 条件が必要となる。

注意2. 定理1 は結局次のような正則関数に対する境界値

問題とほぼ同値である。但し $\dot{t} = 0$ とする。

$$\begin{cases} P(t, z, D_t, D_z) u(t, z) = f(t, z) \\ u(0, z) = g(z) \end{cases} \quad (1.15)$$

与えられた関数 $f(t, z)$, $g(z)$ は十分小な $\delta > 0$ に対してそれ
 ぞれ

$$\Omega_\delta = \left\{ (t, z) \in \mathbb{C} \times \mathbb{C}^n; \varphi(t, x, y) < 0, \operatorname{Im} t = 0, \operatorname{Re} t \geq 0, \right. \\ \left. |t| + |z - \dot{z}| < \delta \right\} \quad (1.16)$$

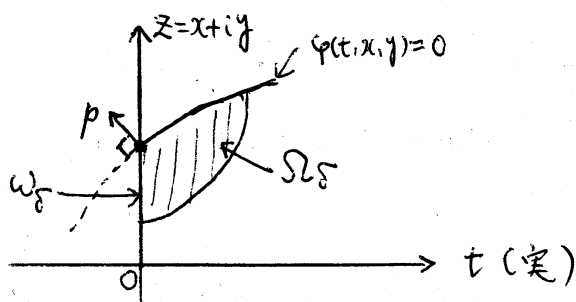
$$\omega_\delta = \{ z \in \mathbb{C}^n; \varphi(0, x, y) < 0, |z - \dot{z}| < \delta \} \quad (1.17)$$

(の近傍)で正則である。ここで $\varphi(t, x, y)$ は $(0, \dot{x}, \dot{y})$ の近傍
 で定義された実数値実解析関数で $(0, \dot{x}, \dot{y})$ において

$$\varphi = 0, (\varphi_t, \varphi_x, \varphi_y) = (\dot{t}, \dot{x}, -\operatorname{Im} \dot{z}) \quad (1.18)$$

をみたすものである。このとき定理 1 は次の主張とほぼ同値
 である。

主張 任意の右辺 (f, g) に対し十分小な $\delta' > 0$ に対し $\Omega_{\delta'}$ の
 近傍で正則な (1.15) の解 $u(t, z)$ が存在する。また f が $(0, \dot{z})$,
 g が \dot{z} まで込めて正則ならば適当な $\delta' > 0$ に対し $\Omega_{\delta'}$ の近傍
 で正則な (1.15) の解 $u(t, z)$ はすべて $(0, \dot{z})$ まで正則である。(下
 図参照)



この主張の中の後半は A. Martinez [5] によって知られていた事実であり, また $\epsilon > 0$ の場合は境界条件とは無縁で (i) の条件は相原-河合によって知られていた。 ([2])。

定理 1 の系として [4] では次の結果を得た。

定理 2, $P(t, x, D_t, D_x)$ は $(t, x) = (0, 0, \dot{x}')$ の付近で定義された (1.2) の形の微分作用素とする, P がさらに

(H1) x_1 について双曲型, すなわち $\exists \delta > 0$ に対し

$$\sigma(P)(t, x, i\tau, i\eta_1 + 1, i\eta') \neq 0$$

$$\text{on } \{0 \leq t \leq \delta, |x_1| + |x' - \dot{x}'| < \delta, \tau \in \mathbb{R}, \eta = (\eta_1, \eta') \in \mathbb{R}^n\}.$$

(H2) $\sigma(P)(0, 0, \dot{x}', \theta, 1, 0, \dots, 0) = 0$ は θ について正の根一つと負の根一つをもつ。

をみたせば $\{0 < t < \delta, |x_1| + |x' - \dot{x}'| < \delta, x_1 < 0\}$ 上の超関数 $u(t, x)$ で

$$\begin{cases} P(t, x, D_t, D_x) u(t, x) = 0 \\ u(+0, x) = 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

をみたすものは (1.19) の解として $0 < \delta' < \delta$ に対し $\{0 < t < \delta', |x_1| + |x' - \dot{x}'| < \delta'\}$ まで一意に拡張される。

定理 3 P は定理 2 と同じ条件をみたすとする。それぞれ $\{0 < t < \delta, |x_1| + |x' - \dot{x}'| < \delta\}$, $\{|x_1| + |x' - \dot{x}'| < \delta\}$ で定義された超関数 $f(t, x)$, $g(x)$ で

" $\text{Supp } f \subset \{x_1 \geq 0\}$, $\text{Supp } g \subset \{x_1 \geq 0\}$, 及び f は $t=+0$ で mild" なるものに対し, 混合問題

$$\begin{cases} P(t, x, D_t, D_x) u = f(t, x), & t > 0 \\ u(t=0, x) = g(x), & \text{Supp } u \subset \{x_1 \geq 0\} \end{cases} \quad (1.20)$$

は $(0, 0, \dot{x})$ で一意可解である。すなわち十分小さい $0 < \delta' < \delta$ に対し (1.20) をみたす超関数 $u(t, x) \in \mathcal{B}(\delta' < t < \delta, |x_1| + |x - \dot{x}| < \delta')$ は一意に存在する。

また同時に定理 2, 3 の超局所版として次を得る。ここで $M = \mathbb{R}_t \times \mathbb{R}_x^n$, $M_+ = \{(t, x) \in M; t \geq 0\}$, $N = \{(t, x) \in M; t = 0\}$ であり, P は $(0, \dot{x}) \in M$ の近傍で定義された (1.2) の形の微分作用素。

定理 4. $(0, \dot{x}; \dot{\eta} dx) \in \mathbb{R}_t \times T^* \mathbb{R}_x^n$ ($\dot{\eta} \neq 0$) において定義された実数値 C^1 関数 $\psi(t, x, \eta)$ が η につき同次 0 次で

$$\psi(0, \dot{x}, \dot{\eta}) = 0, \quad d\psi(0, \dot{x}, \dot{\eta}) \wedge dt \neq 0$$

をみたすとし $\text{grad } \psi(0, \dot{x}, \dot{\eta}) = (\dot{t}^*, \dot{x}^*, \dot{\eta}^*)$ とおく。 P が条件

(S1) 十分小さい $\delta > 0$ に対し

$$\sigma(P)(t, x + i\varepsilon \dot{\eta}^*, \theta + \varepsilon \dot{t}^*, i\eta + \varepsilon \dot{x}^*) \neq 0$$

$$\text{on } \{0 < \varepsilon < \delta, 0 \leq t < \delta, |x - \dot{x}| < \delta, |\eta - \dot{\eta}| < \delta, \theta \in i\mathbb{R}\}.$$

(S2) $\forall \varepsilon > 0$ に対し $\sigma(P)(0, \dot{x} + i\varepsilon \dot{\eta}^*, \theta + \varepsilon \dot{t}^*, i\dot{\eta} + \varepsilon \dot{x}^*) = 0$ は

θ につき $\text{Re } \theta > 0$ と $\text{Re } \theta < 0$ にそれぞれ一つずつ零点をもつ。

をみたせば境界値問題

$$\begin{cases} P(t, x, D_t, D_x) u = 0 \\ u(t=0, x) = 0 \end{cases} \quad (1.21)$$

の $\{(t, x; i\eta) \in \mathbb{R} \times iS^*N; \psi(t, x, \eta) < 0, |x - \dot{x}| + |t| + |\eta - \dot{\eta}| < \delta\}$ における

$\mathring{C}_{R_+ \times N}$ 解は (1.21) の解として $(0, x; \lambda \eta)$ に一意拡張される。

注意 $\mathring{C}_{R_+ \times N}$ とは $M = R_+ \times N_x$ の形の直積分解にのみ依存して決まる $R_+ \times \lambda S^*N$ 上の層で $\mathcal{L}: \lambda S^*M \cap \{t \neq 0\} \ni (t, x; \lambda \tau, \lambda \eta) \rightarrow (t, x; \lambda \eta) \in R_+ \times \lambda S^*N$ とすると

$$\mathring{C}_{R_+ \times N} \equiv \begin{cases} 0 & \text{on } \{t < 0\} \\ \mathring{C}_{N|M_+} & \text{on } \{t = 0\} \\ \mathcal{L}^*(C_M|_{\{t \neq 0\}}) & \text{on } \{t > 0\} \end{cases}$$

によって定義される。すなわち $t > 0$ においても t について実解析的な超関数で $t = +0$ ではマイルドなものを ηdx 方向に分解して得られる層。

定理 5. P, ψ 等は定理 4 と同じ条件をみたすとする。そのとき $\forall f(t, x) \in \mathring{C}_{R_+ \times N}|_{(0, x; \lambda \eta)}, \forall g(x) \in C_N|_{(x; \lambda \eta)}$ に対し $(0, x; \lambda \eta)$ における超局所混合問題

$$\begin{cases} P(t, x, D_t, D_x) u = f(t, x) \\ u(+0, x) = g(x), \quad \text{Supp } u(t, x) \subset \{ \psi(t, x, \eta) \geq 0 \} \end{cases}$$

の解 $u \in \mathring{C}_{R_+ \times N}|_{(0, x; \lambda \eta)}$ が存在し一意である。

注意 これらの結果は [4] では m 階作用素で一般の境界条件の場合に拡張され述べられている。また定理 3 は梶谷-若林 [1] の超関数版、定理 4 はその一意性の部分が Sjöstrand [6] の結果に対応している。しかしその場合でも $\sigma(P)$ の根の条件が $t \geq 0$ に限定されている分だけ改良されている。

§2 層のマイクロ台について ([3] 参考)

M を \mathbb{C}^∞ 多様体, \mathcal{F} を下に有界な M 上の層の複体

$$\mathcal{F}: \cdots \rightarrow 0 \rightarrow \mathcal{F}_{-j} \xrightarrow{\partial_{-j}} \mathcal{F}_{-j+1} \xrightarrow{\partial_{-j+1}} \cdots \rightarrow \mathcal{F}_0 \xrightarrow{\partial_0} \mathcal{F}_1 \xrightarrow{\partial_1} \cdots$$

とする。 \mathcal{F} のマイクロ台 ($SS(\mathcal{F})$) とは T^*M の錐状閉集合で

$$p = (x; \xi dx) \in SS(\mathcal{F}) \stackrel{\text{def}}{\iff} \begin{cases} \exists U \ni p \text{ nbd s.t. } x_1 \in M \text{ の近傍で} \\ \text{定義された } C^1 \text{ 関数 } f(x) \text{ で } f(x_1) = 0 \\ (x_1; df(x_1)) \in U \text{ なるものに対し} \\ \mathbb{R} \Gamma_{\{f(x) \geq 0\}}(\mathcal{F})|_{x_1=0} \end{cases}$$

ここで最後のコホモロジーの消滅は次の同型と同値である。

$$\forall j \in \mathbb{Z}, \quad \varinjlim_{x_1 \in U} H^j(U, \mathcal{F}) \xrightarrow{\sim} \varinjlim_{x_1 \in U} H^j(U \cap \{f < 0\}, \mathcal{F})$$

従ってすべての f に対して確かめる必要はなく, 例えは定理

1 では f が C^ω で $\{f < 0\}$ が strictly convex となる場合で十分。

例 $SS(\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n}) = T^*\mathbb{C}^n$, $SS(C_{\mathbb{R}^n}^\infty) = T^*\mathbb{R}^n$,

$$SS(\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n}^P) = \{(z; \zeta) \in T^*\mathbb{C}^n; \sigma(P)(z, \zeta) = 0\} \quad (P \text{ は } \mathbb{C}^n \text{ 上の正則微分方程式})$$

公式 N を M の閉部分多様体とする。そのとき次が成立。

$$SS(\mathbb{R} \Gamma_N(\mathcal{F})) \subset C_{T_N^*M}(SS(\mathcal{F})) \cap T^*N$$

$$SS(\mu_N(\mathcal{F})) \subset C_{T_N^*M}(SS(\mathcal{F}))$$

ここで $N = \{(x, y) \in M; y = 0\}$ とすると $T_N^*M = \{(x; \eta dx)\}$ となる。

$$(x; \eta; x^* dx + \eta^* d\eta) \in C_{T_N^*M}(SS(\mathcal{F})) \iff \exists \delta > 0, (x, -\varepsilon \eta^*; \varepsilon x^* dx + \eta^* dy) \in SS(\mathcal{F})$$

$$\text{on } \{0 < \varepsilon < \delta, |x - \tilde{x}| + |\eta - \tilde{\eta}| + |x^* - \tilde{x}^*| + |\eta^* - \tilde{\eta}^*| < \delta\}$$

ただし $M=N^{\mathbb{C}}$ (N の複素化) のときは T^*M の基本一次形式のとり方で符号等が違ってくるので調整が必要。

文献

- [1] Kajitani, K. and S. Wakabayashi, Hyperbolic Operators in Gevrey Classes, preprint.
- [2] Kashiwara, M. and T. Kawai, On microhyperbolic pseudo-differential operators I, J. Math. Soc. Japan 27 (1975), 359-404
- [3] Kashiwara, M. and P. Schapira, Microlocal Study of Sheaves. Astérisques 128 (1985).
- [4] Kataoka, K. and N. Tose, A geometric approach to microhyperbolic boundary value problems, preprint.
- [5] Martinez, A., Prolongement des solutions holomorphes de problèmes aux limites, Ann. Inst. Fourier, Grenoble 35 (1985), 93-116.
- [6] Sjöstrand, J., Analytic singularities and microhyperbolic boundary value problems, Math. Ann. 254 (1980), 211-256.